

Moderné a praktické prístupy realizácie PID regulátorov (2)

Cieľom tejto časti príspevku je opis vlastností a porovnanie vybraných konvenčných a moderných štruktúr riadenia založených na najznámejších a najviac využívaných formách realizácie PID algoritmov v spojitej a diskkrétnej forme. Táto časť príspevku zároveň poskytuje čiastočný prehľad výrobcov riadiacej techniky, ktorí vo svojich riadiacich systémoch využívajú jednotlivé typy PID algoritmov.

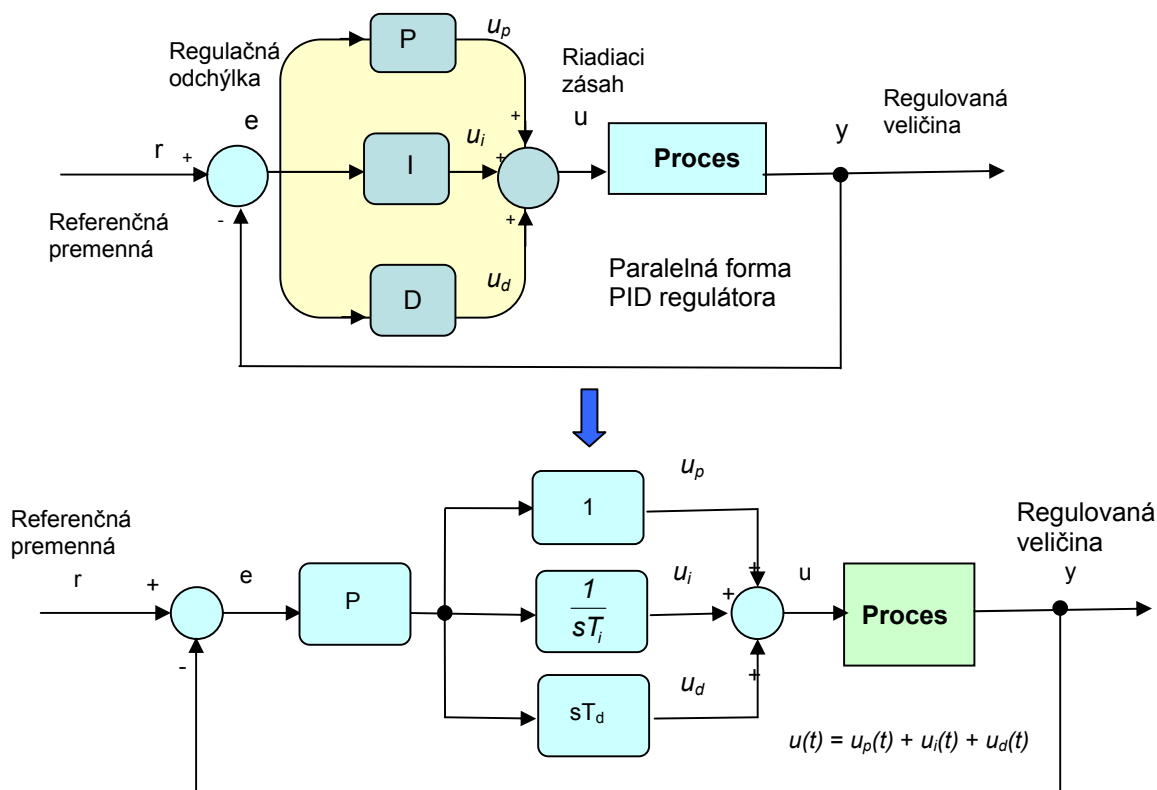
2. Základné štruktúry riadenia pomocou PID algoritmov

Implementácia PID algoritmov je štvorkrokovým procesom, ktorý pozostáva z: 1. výberu štruktúry regulátora, 2. výpočtu koeficientov regulátora, 3. vytvorenia príslušného algoritmu regulátora v danom kóde a 4. aplikácie algoritmu na vybranú mikropočítačovú realizáciu riadenia. Hlavným cieľom PID regulácie je výpočet takých koeficientov regulátora (P, I, D), ktoré zabezpečia čo najvyššiu kvalitu a stabilitu riadenia. Otázka kvality je spojená s definíciou a zavedením určitých matematických kritérií vyjadrujúcich kvalitu prechodových dejov uzavretého regulačného obvodu. Na praktické účely je dominantným parametrom tzv. prerregulovanie, vyjadrujúce normu (mieru prekročenia regulovanej veličiny oproti referenčnej premennej). Vyjadruje sa v percentách a je parametrom a ukazovateľom, ktorý je funkciou použitej metodiky výpočtu koeficientov regulátora. Druhým, úzko súvisiacim parametrom vyjadrujúcim kvalitu regulácie je tzv. čas regulácie, teda čas, za ktorý regulovaná veličina dosiahla (s definovanou toleranciou – pásmom) referenčnú premennú. Vždy je však kompromis medzi prerregulovaním a časom regulácie: ak čas regulácie zmenšujeme, prerregulovanie sa zväčšuje, a naopak, ak sa čas regulácie zväčšuje, koeficient prerregulovania sa zmenšuje. Takáto situácia neexistuje pri všeobecných diskrétnych regulátoroch, kde samotný algoritmus riadenia, počet jeho koeficientov a ich hodnoty možno určiť tak, aby umožňovali ukončiť regulovaný proces po konečnom (minimálnom) počte krokov zväčša bez prerregulovania. Diskrétny regulátor, ktorý zabezpečí uvedené vlastnosti, už nemusí mať typickú štruktúru typu PID, ale predstavuje všeobecnú formu diskrétného regulátora.

2.1 Bázická spätnoväzbová štruktúra riadenia (PID I)

Táto forma predstavuje základ všetkých konvenčných i moderných foriem riadenia priemyselných procesov realizovaných PID algoritmi. Môže byť vyjadrená opisom v spojitej a diskkrétnej forme. Základná forma PID regulátora bola od svojho vzniku v priebehu posledných rokov cieľavedome modifikovaná podľa charakteru procesu aplikácie, spôsobu algoritmickej realizácie riadiacich algoritmov a spôsobu vývoja a realizácie samotného kódu algoritmu. Táto forma sa nazýva paralelnou formou realizácie PID algoritmu (obr. 2.1). Algoritmus riadenia je na základe bázického PID regulátora v spojitej forme vyjadrený ako súčet troch zložiek, a to proporcionálnej, derivačnej a integračnej $u(t) = u_p(t) + u_i(t) + u_d(t)$. Takáto realizácia PID regulátora sa

nazýva aj *ideálnou paralelnou, neinteraktívnou* alebo *nezávislou*. Napriek jednoduchšej forme opisu využíva tento typ algoritmu ešte aj dnes množstvo popredných výrobcov riadiacej techniky, napr. *Allen Bradley PLC5, Bailey FC19 PID, Fanuc Series 90-30 a 90-70, Intellution FIX, Honeywell TDC3000, Proces Manager Type A, Yokogawa Field Control Station* a pod.



Obr. 2.1 Bázická štruktúra PID regulátora

Matematický opis spojitého PID regulátora sa môže podľa obr. 2.1 realizovať v časovej oblasti (2.1) alebo pomocou vyjadrenia prenosovou funkciou v oblasti s a z .

$$u(t) = Pe(t) + K_i \int e(t)dt + K_d \frac{de}{dt} = P(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t)dt + T_d \frac{de}{dt}) = u_p(t) + u_i(t) + u_d(t) \quad (2.1)$$

$$G_R(s) = P + K_i / s + K_d s = P(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) = P + I + D = \frac{U(s)}{E(s)} \quad (2.2)$$

kde P je zosilnenie regulátora, T_i (koeficient) je integračná časová konštanta, T_d (koeficient) je derivačná časová konštanta, s je Laplaceov operátor, $U(s)$ je Laplaceov obraz výstupnej veličiny z regulátora a $E(s)$ je Laplaceov obraz regulačnej odchýlky. Na praktické aplikácie v priemysle sa využíva niekoľko modifikácií tejto „ideálnej“ formy realizácie PID regulátora:

$$G_R(s) = P(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) \left(\frac{1}{1 + T_f s} \right)$$

a) ideálna forma PID v sérii s filtrom prvého radu

b) ideálna forma PID regulátora s filtrom v derivačnej zložke

$$G_R(s) = P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + T_f s} \right) \quad (2.3)$$

V moderných aplikáciách realizácie PID algoritmov riadenia uvedené formy využíva a aplikuje celý rad výrobcov: *Bailey Net 90*, pre $N = T_d/T_f = 10$, *Concept PID-PI a PI-DI*, *Foxboro EXACT I/A series*, *Modicon 984*, *Siemens Teleperm/PSC7 Cont /PCS 7*, *Hartmann a Braun Freelance 2000 PID* a pod.

Medzi ďalšie modifikácie ideálneho regulátora patrí aj tzv. *kaskáda forma realizácie* PID regulátora, často nazývaná aj *interaktívna* alebo *sériová* realizácia kombinácie zložiek *P*, *I*, *D*, o ktorej budeme hovoriť v ďalšej časti príspevku. Všeobecná spojitá forma opisu takéhoto interaktívneho regulátora v oblasti *s* je v tvare:

$$G_R(s) = P \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \left(\frac{1 + s T_d}{1 + T_f s} \right)^N, \quad T_f = \frac{T_d}{N}, \quad N = (1, \dots, 10) \quad (2.4)$$

kde T_f je časová konštanta filtra a N je celé číslo z intervalu $\langle 1, 10 \rangle$. Táto kaskádová forma realizácie PID algoritmov je obsiahnutá v algoritmoch riadenia popredných výrobcov riadiacej techniky, ako sú napr. *Honeywell TDC Basic/Extended /Multifunction*, *Honeywell TDC3000 Process Manager*, *Honeywell TDC 3000 Universal, Multifunction*, *Honeywell UDC600*, *Foxboro EXACT I/A Series PI-DA*, *Toshiba TOSDIC 2000*, *Foxboro EXACT Model 761* a pod.

Diskrétna forma realizácie spojitých ideálnych aj iných foriem PID regulátorov sa dá získať transformáciou zo spojitaj formy náhradou dynamických zložiek regulátora, t. j. integrálu (integračnej zložky; uvedieme dva základné postupy prepočtu zo spojitaj na diskretnu formu, a to obdĺžnikovú a lichobežníkovú náhradu integračnej zložky), a derivačnej zložky (odchýlky) dvojbodovou alebo viacbodovou diferenciou [1], alebo priamo dosadením do spojitaj formy regulátora za operátor *s* pre aproximáciu integrálu obdĺžnikovú, resp. lichobežníkovú náhradou [1].

a) Obdĺžniková náhrada (dopredný vzťah alebo vzťah posunutý o jeden krok dozadu (T je perióda vzorkovania))

$$s = \frac{1}{T} (z - 1), \quad \text{alebo} \quad s = \frac{1}{Tz} (z - 1)$$

b) Lichobežníková náhrada (Tustinov vzťah) $s = 2/T(z-1/z+1)$

Transformáciou zo spojitaj PID formy (2.1) na diskretnu formu dostaneme diskretný opis PID regulátora, ktorý je už ľahko implementovaný napr. pre mikropočítačovú realizáciu. Diskrétna forma PID regulátora sa potom dá jednoducho vyjadriť prenosovou funkciou v oblasti *z* alebo diferenčnou rovnicou v rekurentnej (rýchlostnej) forme (2.3):

$$G_R(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = \frac{U(s)}{E(s)} \rightarrow G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{U(z)}{E(z)} \quad (2.5)$$

Rekurentná forma PID (2.1) algoritmu (odchýlková forma) je potom v tvare:

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2)$$

(2.6)

$$\text{kde} \quad q_0 = K \left(1 + \frac{T_d}{T} \right) \quad q_1 = -K \left(1 - \frac{T}{T_i} + 2 \frac{T_d}{T} \right) \quad q_2 = K \frac{T_d}{T} \quad (2.7)$$

a k sú diskkrétne časové okamihy ($t = kT$, ($k = 0, 1, 2, \dots M$), T je perióda vzorkovania. Pri lichobežníkovej náhrade integračnej zložky a dvojbodovej náhrade derivačnej zložky je rekurentný vzťah na výpočet riadiaceho zásahu rovnaký ako pri použití obdĺžnikovej náhrady, menia sa však koeficienty q_0 , q_1 a q_2 :

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2)$$

kde

$$q_0 = K \left(1 + \frac{T}{2T_i} + \frac{T_d}{T} \right) \quad q_1 = -K \left(1 + 2 \frac{T_d}{T} - \frac{T}{2T_i} \right) \quad q_2 = K \frac{T_d}{T} \quad (2.8)$$

Vzhľadom na to, že získaný algoritmus pre časovo-diskrétne regulátor musí zaisťovať stabilizáciu procesu, treba pri transformácii do diskkrétnej časovej oblasti overiť splnenie tzv. *podmienok ekvivalentnosti* pre zložky q_0 , q_1 a q_2 , ktoré sú funkciou koeficientov P , T_i a T_d aj periódy vzorkovania T , ktorej nevhodný výber môže spôsobiť nestabilitu regulácie. Podmienky ekvivalentnosti sú nasledujúce:

$$q_0 > 0, \quad q_1 > -q_0, \quad -(q_0 + q_1) < q_2 < q_0 \quad (2.9)$$

Výsledná praktická forma realizácie PID regulátora po dosadení za q_0 , q_1 a q_2 do (2.3) predstavuje základnú bázičnú formu časovo diskrétneho PID algoritmu získaného obdĺžnikovou náhradou integrálu a dvojbodovou náhradou derivácie regulačnej odchýlky:

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k-1) + K \left[e(k) - e(k-1) + \frac{T}{T_i} e(k-1) + \frac{T_d}{T} (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)) \right] = \\ &= K \left(1 + \frac{T_d}{T} \right) e(k) - K \left(1 + 2 \frac{T_d}{T} - \frac{T}{T_i} \right) e(k-1) + K \frac{T_d}{T} e(k-2) \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2 Modifikovaná bázičká spätnoväzbová štruktúra riadenia (PID (2)-PI-D)

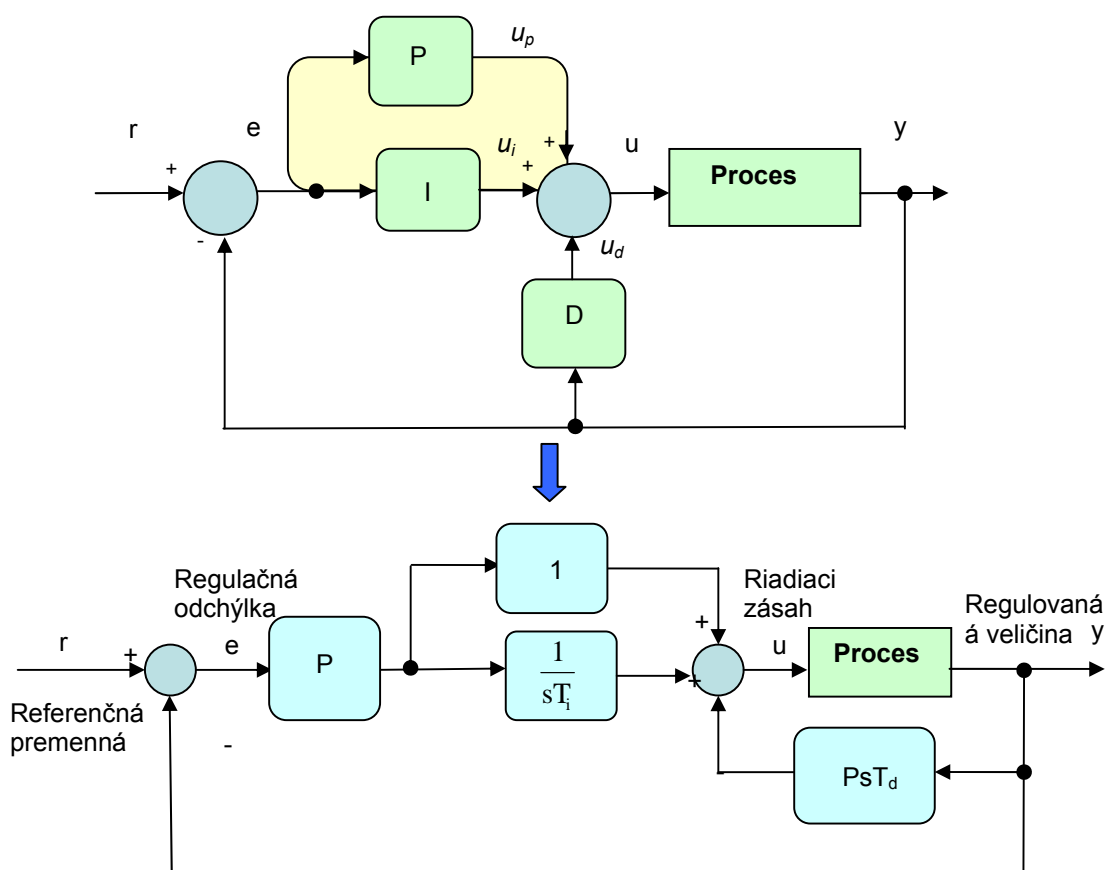
Táto štruktúra riadenia sa nazýva aj PI-D realizácia (alebo neinteraktívna forma); umožňuje zmenšiť nepriaznivý vplyv zmien derivačnej odchýlky zložky na samotný proces regulácie, a to tým, že derivačná zložka PID formy (2.1) sa nahradí deriváciou od výstupnej veličiny ($de/dt = -dy/dt$, pri predpoklade, že referenčná hodnota je konštantná a potom bude aj jej derivácia nulová), t. j.:

$$\frac{de}{dt} = \frac{dr}{dt} - \frac{dy}{dt}$$

$$u(t) = P e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de}{dt} = P e(t) + K_i \int e(t) dt - K_d \frac{dy}{dt} = P \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt - T_d \frac{dy}{dt} \right) \quad (2.11)$$

$$U(s) = P + K_i / s + K_d s = P(1 + \frac{1}{T_i s})E(s) - PT_d s Y(s) \quad (2.12)$$

Takáto forma realizácie je menej náchylná na oscilácie výstupnej regulovanej veličiny (pretože výstupy z reálnych procesov sú silno zotrvačné a majú zväčša ustálený (stabilizovaný) výstup, ako je to pri mnohých priemyselných procesoch s veľkými tepelnými a objemovými kapacitami. Modifikovaná forma PI-D je základom väčšiny praktických foriem diskretných algoritmov PID riadenia, o čom budeme hovoriť v ďalších častiach seriálu.



Obr. 2.2 Modifikovaná základná spätnoväzbová štruktúra riadenia PI-D

Praktická realizácia časovo-diskrétny formy PI-D regulátora vychádza z predpokladu nahradenia derivačnej zložky odchýlky výstupnou veličinou, čo výrazne zlepšuje kvalitu regulácie a zmenšuje oscilácie regulovanej veličiny. Diskrétna forma realizácie PI-D algoritmu sa ľahko získa zo vzťahu (2.10) za predpokladu, že hodnoty referenčnej premennej sú rovnaké v diskretných časových okamžikoch, t. j. $r(k) = r(k-1) = r(k-2)$ a regulačná odchýlka ($e(k) = r(k) - y(k)$, $e(k-1) = r(k) - y(k-1)$, $e(k-2) = r(k-2) - y(k-2)$). Po zohľadnení a dosadení uvedených podmienok do (2.10) je výsledný rekurentný algoritmus vyjadrený vzťahom (2.15):

$$u(k) = u(k-1) + K[-y(k) + y(k-1)] + K \frac{T}{T_i} e(k-1) + K \frac{T_d}{T} [-y(k) + 2y(k-1) - y(k-2)] \quad (2.13)$$

Tento diskretný algoritmus časovo-diskrétného regulátora sa nazýva Takahashiho algoritmus a tvorí základ väčšiny diskretných algoritmov realizovaných v praxi. V skutočnosti je to regulátor s dvoma stupňami voľnosti s doprednou (priamoväzbovou) a spätnoväzbovou zložkou. V praxi existujú aj ďalšie modifikované formy algoritmov regulácie s dvoma stupňami voľnosti, ktoré sú realizované v riadiacich systémoch výrobcov riadiacej techniky. Uvedieme niektoré modifikácie týchto regulátorov so spojitým opisom v (v oblasti s):

$$U(s) = P \frac{1}{T_i s} R(s) - P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) Y(s)$$

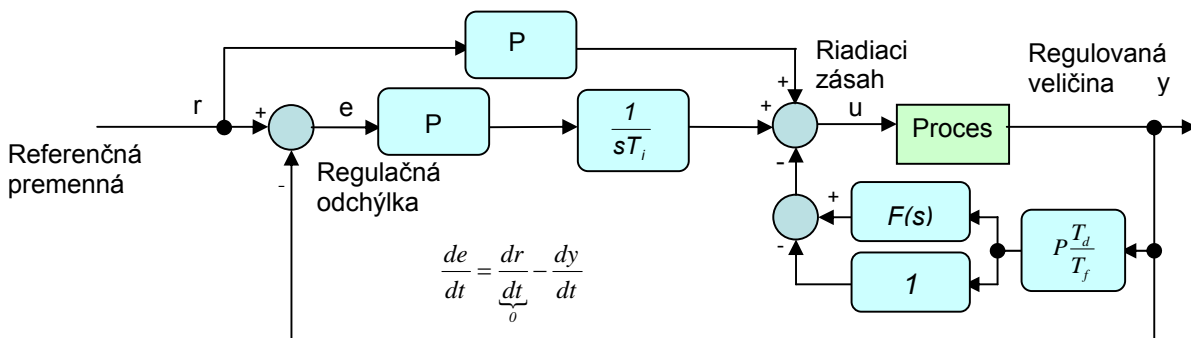
Uvedený algoritmus PID je aplikovaný v riadiacom systéme od firmy *Honeywell TDC 3000 Proces Manager Type C* a *Toshiba Ad Tune Tosdic211 D8*. Novšie verzie týchto algoritmov sú obsiahnuté v SW produktoch riadiacich algoritmov predovšetkým od firmy *Allen Bradley*. Riadiace algoritmy typu PID majú nasledujúce matematické opisy:

$$U(s) = P \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) R(s) - P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + T_f s} \right) Y(s) \quad (2.14)$$

Táto realizácia PI-D algoritmov je obsiahnutá najmä v SW produktoch fi *Allen Bradley SLC/02-SLC/, PLC5, Logic 5550, Modcomp, ABB SL 6000, Honeywell TDC 3000* a mnohých ďalších.

2.3 Modifikovaná základná spätnoväzbová štruktúra riadenia s filtrom v derivačnej zložke (PID-F)

Táto štruktúra regulácie PI-DF predstavuje ďalšiu modifikáciu pôvodnej štruktúry riadenia; využíva náhradu derivácie regulačnej odchýlky deriváciou od výstupnej regulovanej veličiny a doplnením filtra s časovou konštantou T_f (1. rádu) do derivačnej zložky.



Obr. 2.3 Modifikovaná základná spätnoväzbová štruktúra riadenia s filtrom v derivačnej zložke

kde

$$F(s) = \frac{\frac{1}{T_f}}{1 + \frac{1}{T_f}}$$

Riadiaci zásah ie v tvare:

$$U(s) = P \left[R(s) + \frac{1}{T_i s} E(s) \right] - P \frac{T_d s}{1 + T_f s} Y(s) = P \left[R(s) + \frac{1}{T_i s} E(s) \right] E(s) - P \frac{T_d}{T_f} \left(1 - \frac{\frac{1}{T_i}}{s + \frac{1}{T_i}} \right) \quad (2.15)$$

V spojitaj časovej oblasti je PID-F regulátor vyjadrený výsledným vzťahom na základe spätnej Laplaceovej transformácie (2.15):

$$u(t) = P \left[r(t) + \frac{1}{T_i} \int edt - T_d * \left(\frac{1}{T_f} * Dirac(t) - \frac{1}{T_f^2} * exp\left(\frac{t}{T_f}\right) \right) \right] \quad (2.16)$$

Diskrétna forma realizácie PID regulátora s filtrom v derivačnej zložke od výstupnej veličiny sa dá priamo určiť zo vzťahu (2.15):

$$u(k) = u_p(k) + u_i(k) + u_d(k) \quad (2.17)$$

$u_p(k) = P e(k)$, $u_i(k) = u_i(k-1) + P \frac{T}{T_i} e(k)$, pričom časová konštanta filtra $T_f = T_d/N$

$$\frac{T_d}{N} \frac{du_d}{dt} = -u_d - P T_d \frac{dy}{dt} \rightarrow \frac{T_d}{N} \frac{[u_d(k) - u_d(k-1)]}{T} = -u_d(k) - P T_d \frac{[y(k) - y(k-1)]}{T} \quad (2.18)$$

$$u_d(k) = \frac{T_d}{T_d + TN} u_d(k-1) - \frac{P T_d N}{T_d + TN} [y(k) - y(k-1)]$$

Pre spojitý typ PID regulátora s filtrom v derivačnej zložke môžeme diskretný opis PID regulátora získať aj priamo zavedením transformačného vzťahu pre lichobežníkovú (bilinéarnu alebo pomocou Tustinovho vzťahu) transformáciu a následnou úpravou získame odchýlkový tvar algoritmu v tvare:

$$s = \frac{2z-1}{Tz+1} \rightarrow G_R(s) = P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + T_f s} \right) \rightarrow G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}} = \frac{U(z)}{E(z)} \quad (2.19)$$

Rekurentná forma riadiaceho zásahu je:

$$u(k) = -p_1 u(k-1) - p_2 u(k-2) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \quad (2.20)$$

$$q_0 = \frac{K[1 + 2(c_{p1} + c_{d1} + 0.5 \cdot c_{p1}(1 + 2c_{p1}))]}{1 + 2c_{p1}} \quad q_1 = \frac{K[c_{p1} - 4(c_{p1} + c_{d1})]}{1 + 2c_{p1}}$$

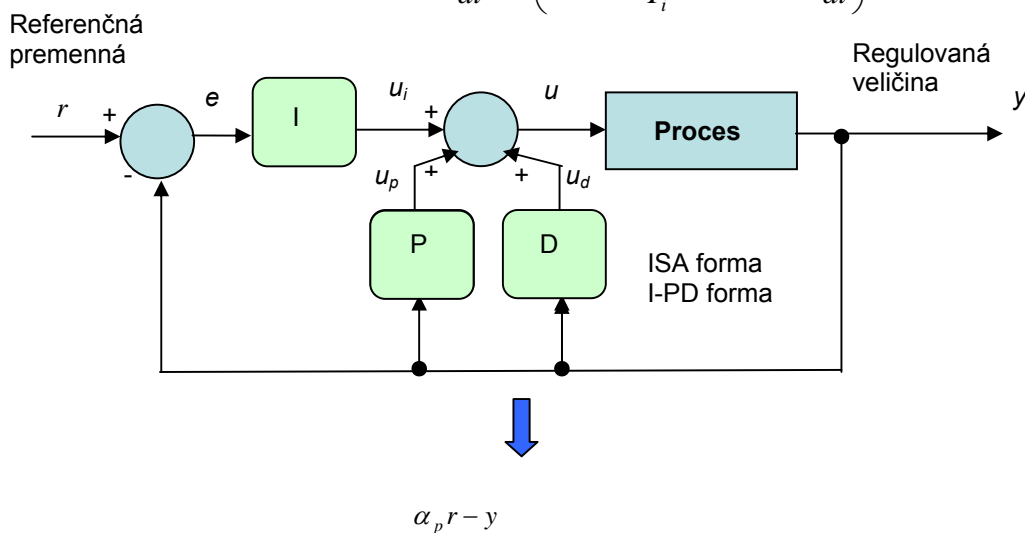
$$q_2 = \frac{K[c_{p1}(2 - c_{i1}) + 2c_{d1} + 0.5 \cdot c_{i1} - 1]}{1 + 2c_{p1}} \quad c_{p1} = \frac{T_f}{T} \quad c_{i1} = \frac{T}{T_i} \quad c_{d1} = \frac{T_d}{T}$$

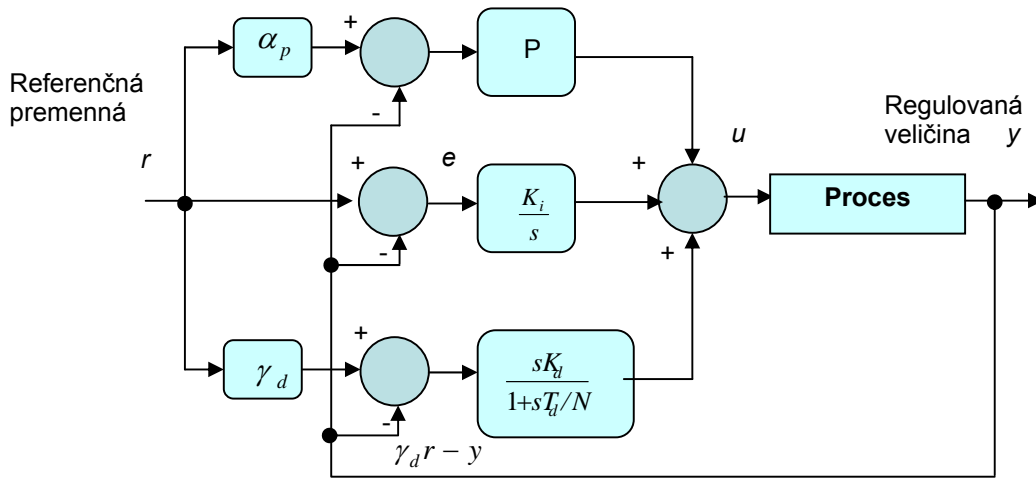
$$p_1 = -4c_{pl}(1+2c_{pl}) \quad p_2 = \frac{2c_{pl}-1}{1+2c_{pl}}$$

2.4 Modifikovaná bázická spätnoväzbová štruktúra PID regulátora (ISA forma)

Ďalšia forma realizácie PID regulátora (obr. 2.4) sa nazýva ISA forma. V odbornej literatúre sa zvykne označovať tiež ako I-PD forma. Od predchádzajúcej PI-D formy sa líši tým, že proporcionálna aj derivačná zložka je realizovaná od výstupnej veličiny. V praktických aplikáciách môže byť referenčná premenná pre každú zložku váhovaná prostredníctvom koeficientov α_p , a γ_d , ktorých hodnoty sú v intervale $\langle 0,1 \rangle$. Algoritmus založený na I-PD forme umožňuje zvýšiť citlivosť algoritmu stabilizácie procesu a vhodným výberom váhových koeficientov môžeme významne ovplyvňovať kvalitu regulácie. Základný vzťah I-PD algoritmu je v tvare:

$$u(t) = -Py(t) + K_i \int e(t) dt - K_d \frac{dy}{dt} = P \left(-y(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt - T_d \frac{dy}{dt} \right) \quad (2.21)$$





Obr. 2.4 Modifikovaná základná spätnoväzbová štruktúra riadenia s váhovaním referenčnej premennej a filtrom v derivačnej zložke

V súlade s obr. 2.4 je riadiaci zásah pre I-PD váhovanú štruktúru riadenia:

$$U(s) = P(\alpha_p R(s) - Y(s)) + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1+sT_f} (\gamma_d R(s) - Y(s)) \quad (2.22)$$

Diskrétna forma I-PD realizácie sa určí zo vzťahu (2.23):

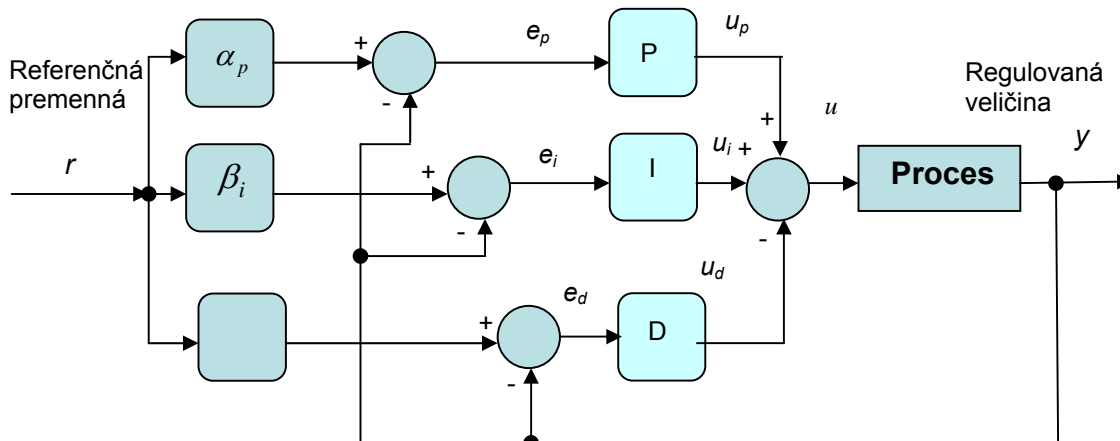
$$u(k) = u_p(k) + u_i(k) + u_d(k)$$

$$\text{kde } u_p(k) = P(\alpha_p r(k) - y(k)), \quad u_i(k) = u_i(k-1) + P \frac{T}{T_i} e(k),$$

$$\frac{T_d}{N} \frac{du_d}{dt} = -u_d - PT_d \frac{dy}{dt} \rightarrow \frac{T_d}{N} \frac{[u_d(k) - u_d(k-1)]}{T} = -u_d(k) - PT_d \frac{[y(k) - y(k-1)]}{T} \quad (2.23)$$

$$u_d(k) = \frac{T_d}{T_d + TN} u_d(k-1) - \frac{PT_d N}{T_d + TN} [y(k) - y(k-1)]$$

Zovšeobecnený tvar PID algoritmu s váhovaním každej zložky (P , I , D) prostredníctvom váhových koeficientov α_p , β_i , γ_d je zobrazený na obr. 2.5.



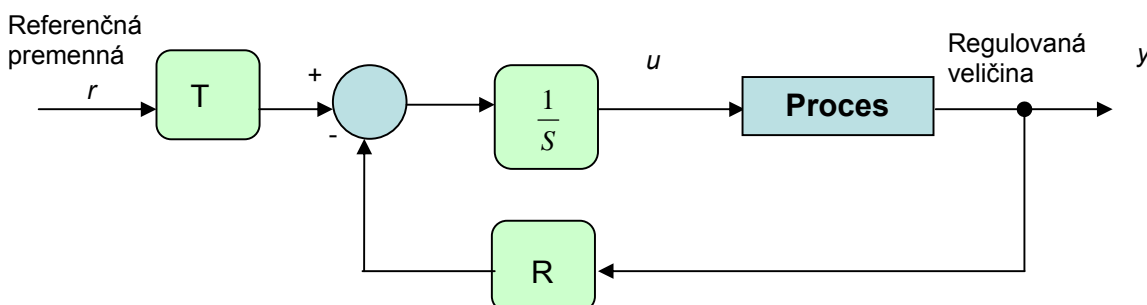
Obr. 2.5 PID forma regulátora s váhovaním referenčnej premennej vo všetkých troch zložkách

Iné prakticky používané formy realizácie PID regulátorov s váhovaním referenčnej a derivačnej zložky sú aplikované a vyvíjané pre regulátory s dvoma stupňami voľnosti, ktoré sú implementované v súčasnosti predovšetkým riadiacimi systémami na báze PLC riadiacich počítačov. Všeobecná forma matematického opisu takéhoto regulátora je vyjadrená funkciou v oblasti s:

$$U(s) = P \left((1-\alpha) + \frac{1}{T_i s} + \frac{(1-\beta)T_d s}{1+T_f s} \right) R(s) - P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1+T_f s} \right) Y(s), \quad T_f = \frac{T_d}{N}, \quad N=1, \dots, 10 \quad (2.24)$$

2.5 Modifikovaná základná spätnoväzbová štruktúra PID riadenia – RST realizácia

RST forma PID patrí k moderným realizáciám PID algoritmov s dvoma stupňami voľnosti spojitých a diskretných realizácií. Základná štruktúra takéhoto regulátora je zobrazená na obr. 2.6.



Obr. 2.6 RST forma PID regulátora

Riadiaci zásah pre RST štruktúru je potom vyjadrený:

$$U(s) = \frac{T(s)}{S(s)}W(s) - \frac{R(s)}{S(s)}Y(s) \quad G_R(s) = P + K_i/s + K_d s = \frac{K_d s^2 + P s + K_i}{s}$$

a) bez filtra v derivačnej zložke $T(s)=1$, $S(s)=s$, $R(s)=K_d(s-s_1)(s-s_2)$,

b) s filtrom v derivačnej zložke

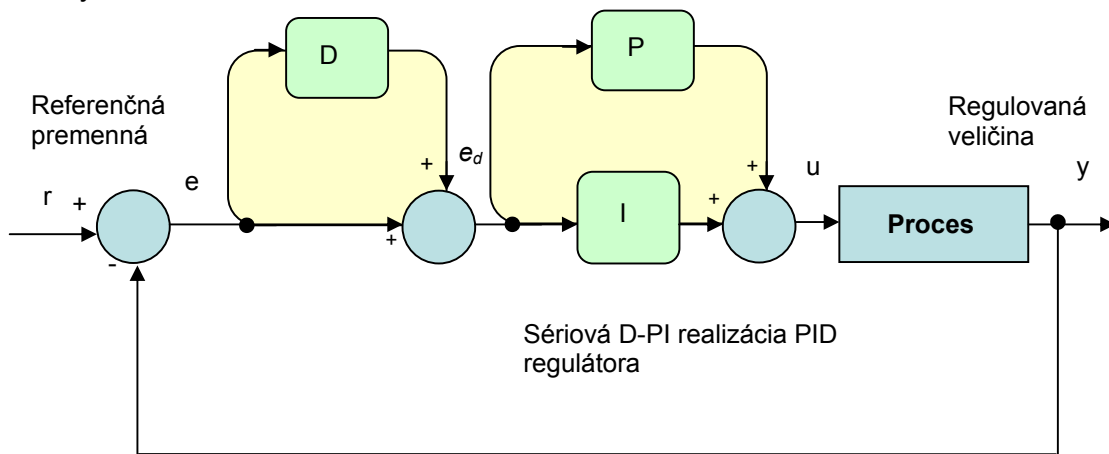
$$T(s)=1, \quad S(s)=s(1+sT_f), \quad R(s)=k(s-s_1)(s-s_2), \quad k=K_d+PT_f$$

$$G_R(s) = \frac{k s^2 + P s (1+T_f) + K_i (1+T_f s)}{s} = \frac{k(s^2 + c s + d)}{s} = \frac{k(s-s_1)(s-s_2)}{s} \quad (2.25)$$

kde $a = \frac{P}{K_d}$, $b = \frac{K_i}{K_d}$, $s_1 + s_2 = -a$, $s_1 s_2 = b$

2.6 Modifikovaná sériová D-PI realizácia PID regulátora

Táto forma realizácie (obr. 2.6) sa často využíva v praktických priemyselných aplikáciách. Nazýva sa aj *sériová realizácia PID regulátora*, pričom I zložka zohľadňuje regulačnú odchýlku a jej deriváciu a D zložka je zložená z proporcionálnej a derivačnej zložky.



Obr. 2.7 Interaktívna sériová D-PI realizácia PID algoritmu

Riadiaci zásah pre realizáciu interaktívneho regulátora PID podľa obr. 2.7 je vyjadrený nasledujúcim vzťahom:

$$e_d(t) = e(t) + T_d \frac{de}{dt}$$

$$u(t) = P(e_d(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e_d(t) dt) = P \left(e(t) + T_d \frac{de}{dt} + \frac{1}{T_i} \int_0^t \left(e(t) + T_d \frac{de}{dt} \right) dt \right) \quad (2.26)$$

Iná forma interaktívnej (sériovej) realizácie PID regulátora nazývaná často aj tzv. analógový typ realizácie algoritmu je v tvare:

$$G_R(s) = P \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) (1 + s T_d), \quad T_f = \frac{T_d}{N} \quad (2.27)$$

Táto forma realizácie a implementácie PID algoritmu patrí dnes už medzi konvenčné, ale stále spoľahlivé praktické formy regulácie. Implementujú a dodávajú ju predovšetkým nasledujúci výrobcovia riadiacej techniky: *Foxboro EXACT 760/761, Turnbull TCS6000, Alfa-Laval Automation ECA 400 a ďalší.*

Sériová forma realizácie PI-PD s filtrom v derivačnej zložke je vyjadrená prenosovou funkciou s filtrom v derivačnej zložke:

$$G_R(s) = P \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \left(1 + \frac{T_d s}{1 + T_f s} \right), \quad T_f = \frac{T_d}{N} \quad (2.28)$$

Táto forma realizácie PID algoritmu je obsiahnutá v riadiacich systémoch *fi Bailey FC156 Classical Form PID, Fisher a Porter DCI 4000 PID* a pod. Firma *Fisher Rosemount Provox* má bohaté skúsenosti v oblasti implementácie interaktívnych – sériových PID regulátorov. Jeden z týchto algoritmov je v tvare:

$$G_R(s) = P \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \left(R(s) - \frac{1 + T_d s}{1 + T_f s} \right), \quad T_f = \frac{T_d}{N} \quad (2.29)$$

Algoritmus (2.29) bol zabudovaný aj do riadiacich systémov *Foxboro Model 761 a Fisher –Porter Micro DI.*

Konkretizácia aplikácie uvedených realizácií PID algoritmov bude obsahom ďalších častí seriálu.

Záver

Príspevok mal za cieľ poukázať na základné formy a opisy realizácie PID algoritmov pre aplikáciu v praxi a zároveň poskytnúť prehľad vybraných výrobcov riadiacej techniky, ktorí vyvíjajú a implementujú PID algoritmy do reálnych procesov. Nasledujúca časť príspevku sa bude zaoberať pokračovaním prehľadu moderných foriem PID realizácií algoritmov.

Podakovanie: Príspevok vznikol s podporou projektu VEGA č.1/1105/11.

Literatúra:

- [1] Kozák, Š.: *Lineárne číslicové systémy I.* (2.vydanie) Bratislava: FEI STU 1995, 241 s.
- [2] Kozák, Š.: *Advanced Control Engineering Methods: Development Trends.* In: Petre, Emil, ed. Bobasu, Eugen. ed. Proceedings of the 9th International Carpathian Control Conference, Sinaia, Romania, May 25 – 28, 2008. (Rumunsko): Editura Sitech Craiova, 2008. s. 331 – 334. ISBN 978-973-746-897-0.
- [3] A. O'Dwyer. *Handbook of PI and PID controller tuning rules (Edition 2).* London, U.K.: Imperial College Press, 2006.

prof. Ing. Štefan Kozák, PhD.
Ústav riadenia a priemyselnej informatiky
FEI STU Bratislava
stefan.kozak@stuba.sk